multiplions membre par membre et simplifions on aura:

$$|U_n-\alpha|\le(\frac{2}{3})^n|0-\alpha|$$

$$|U_n-\alpha|\le(\frac{2}{3})^n\alpha$$

$\lim\limits_{x\to+\infty}(\frac{2}{3})^n.\alpha=0$ d'où $\lim\limits_{x\to+\infty}(U_n-\alpha)=0\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}U_n=\alpha$

vérifier que : $f(\sqrt[3]{\sqrt{2}+1}-\sqrt[3]{\sqrt{2}-1})=0$

EX 25 :

partie A :

$f(x)=\sqrt{\frac{x^3}{1-x}}$; $\forall x\in[0,1[$

1) a) $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\limits_{x\to0^+}\frac{1}{x}\sqrt{\frac{x^3}{1-x}}=\lim\limits_{x\to0^+}\sqrt{\frac{x}{1-x}}=0$

d'où f est dérivable à droite en 0 et $f_d'(0)=0$

b) f est dérivable sur $]0,1[$

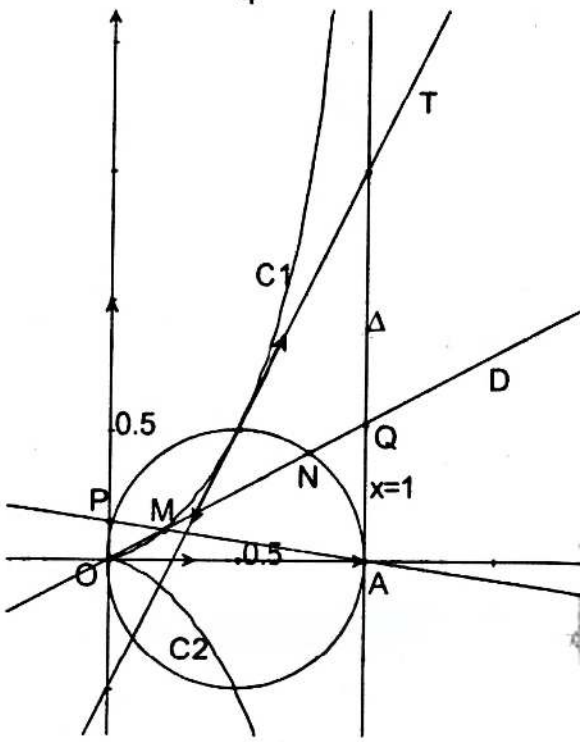
$$f'(x)=\frac{(\frac{x^3}{1-x})'}{2\sqrt{\frac{x^3}{1-x}}}=\frac{\frac{3x^2-2x^3}{(1-x)^2}}{2\sqrt{\frac{x^3}{1-x}}}=\frac{3x-2x^2}{2(1-x)\sqrt{x-x^2}}$$

x	0		1
f '(x)		+	
f(x)	0	↗	+∞

$\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\sqrt{\frac{x^3}{1-x}}=+\infty$

c) T: $y=f'(\frac{1}{2}).(x-\frac{1}{2})+f(\frac{1}{2})$

$T: y=2x+\frac{1}{4}$



2) $C_2=S_{(Ox)}(C_1)$

3) $C=C_1\cup C_2$

$M(x,y)\in C\Leftrightarrow y=\sqrt{\frac{x^3}{1-x}}$ *ou* $y=-\sqrt{\frac{x^3}{1-x}}$

$\Leftrightarrow y^2=\frac{x^3}{1-x}\Leftrightarrow x^3=y^2-xy^2$

$\Leftrightarrow x.(x^2+y^2)-y^2=0$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn